§ 4 Artikler og kvantorer I

Eksistenskvantorer

Når det gjaldt det eksemplet vi allerede hadde med en ubestemt artikkel -

Janne er en nymfe,

var det ikke nødvendig å gi artikkelen noen tolkning. Vi kunne underslå dette uttrykket - i den naturlige semantiske representasjonen for setningen kan en ikke peke på noen del som svarer til det.

Janne ∈ nymfe

Dette var selvfølgelig under forutsetning av at «er» tolkes som elementrelasjonen. Nå finnes det, og det var vi så vidt inne på, tallrike kontekster hvor det bare ikke er mulig å overse den ubestemte artikkelen:

(1) *en nymfe sover*

La oss lese denne setningen ikke som et generelt utsagn om nymfer men som

det er en nymfe som sover

og ikke da som en utbrytningssetning («den som sover, er en nymfe»), men som en presenteringssetning («det sover en nymfe på hemsen»):

(2) *det finnes en nymfe som sover.*

Vi er vel enige om at (1) har en lesning som den er ensbetydende med (2) i.

(2) er ikke bare en entydig setning. Den er den formuleringen som mest direkte svarer til den parafrasen en ønsker for denne lesningen av (1) i predikatlogikk. Fra nå av ser vi på (1) som om den hadde bare denne - i praksis litt søkte - lesningen. Det er den som er sentral i semantikk. Den andre - generiske - er enn så lenge ikke godt forstått.

Egentlig er det den nokså unaturlige setningen (3) som svarer aller best til logikken:

(3) *det finnes en slik at hun er en nymfe og hun sover*

Det ser ut som at setninger som (1) uttrykker to proposisjoner. For det første sies det om en variabel at den har den egenskapen som substantivet uttrykker. Så sies det om den samme variabelen at den har den egenskapen som verbet uttrykker.

(4) $\exists x[x \in \textbf{nymfe} \wedge x \in \textbf{sover}]$

Og hvordan kommer en fra (1) til denne representasjonen på en regelbunden måte? La oss først se på den enkle setningen

(5) *det er en nymfe.*

Denne uttrykker bare en ting: At en variabel har den egenskapen substantivet uttrykker. Nå vet vi at et predikat som «nymfe» betegner en individmengde. Det kan da antas at ordsekvensen «det er en» betegner en funksjon fra individmengder til sannhetsverdier. Dette er en rimelig gyldig måte å se på kvantorer på, og det er eksistenskvantoren in nuce denne ordsekvensen er. Samme syn kan en ta på sekvensen «det er en som»:

(6) *det er en som sover*

Da blir den logiske formen for disse to ordsekvensene

(7) $\lambda X[\exists x[x \in X]]$

idet formene for (5) og (6) blir (7) og (8).

(8) $\lambda X[\exists x[x \in X]](\textbf{nymfe}) = \exists x[x \in \textbf{nymfe}]$

(9) $\lambda X[\exists x[x \in X]](\textbf{sover}) = \exists x[x \in \textbf{sover}]$

Ser vi nå atter på setningen (1) «en nymfe sover» og den ønskete logiske formen (4), så ser vi at det gjelder å få sydd sammen (8) og (9) i ett utsagn. Vi legger merke til at nominalfrasen «en nymfe» spiller samme rolle som sekvensen «det er en som» i (6), så nær som at informasjonen i (5) inngår. Referansen for den ubestemte beskrivelsen «en nymfe» kan altså tenkes å ha samme form som (7) men mer innhold - svarende til «det er en nymfe som» - og representeres som

$$\lambda X[\exists x[x \in \textbf{nymfe} \wedge x \in X]].$$

Referansen for en ubestemt beskrivelse er da noe som kan kalles en eksistenskvantor - en spesiell funksjon fra objektmengder til sannhetsverdier, og ubestemt artikkel får som oppgave å danne eksistenskvantorer: «En» blir en funktor som tar et predikat som «nymfe» og gir en funktor som tar et predikat som «sover» og gir en setning - og semantisk vil artikkelen betegne en funksjon fra individmengder til funksjoner fra individmengder til sannhetsverdier. Den logiske formen dens blir

$$\lambda X \lambda Y[\exists x[x \in X \wedge x \in Y]]$$

for da blir formen for (1) lik (4):

$$\lambda X \lambda Y[\exists x[x \in X \wedge x \in Y]](\textbf{nymfe})(\textbf{sover}) =$$
$$\lambda Y[\exists x[x \in \textbf{nymfe} \wedge x \in Y]](\textbf{sover}) =$$
$$\exists x[x \in \textbf{nymfe} \wedge x \in \textbf{sover}]$$

Nå har vi før vedtatt at en referanse for et predikat ikke er en funksjon fra objekter til sannhetsverdier men en objektmengde, og overlatt til komposisjonen å sammenføye mengde og objekt til en sannhetsverdi. Da er det konsekvent å gjøre det samme her, hvor vi har en objektmengde og noe vi kan se som en familie av objektmengder, en objektmengdemengde:

(10) $\{X \mid \exists x [x \in \textbf{nymfe} \wedge x \in X]\}$

Ifølge Komposisjonsprinsipp 1 vil vi få

$$f(\{X \mid \exists x [x \in \textbf{nymfe} \wedge x \in X]\}, \textbf{sover}) =$$
$$\textbf{sover} \in \{X \mid \exists x [x \in \textbf{nymfe} \wedge x \in X]\} = \exists x [x \in \textbf{nymfe} \wedge x \in \textbf{sover}].$$

Og Komposisjonsprinsipp 3, motivert for transitive verb og relasjoner på objektnivå, kan brukes for artikkelen som noe som betegner en relasjon på mengdenivå:

$$f(\{(X, Y) \mid \exists x [x \in Y \wedge x \in X]\}, \textbf{nymfe}) = (10)$$

Semantikken til eksistenskvantoren er at det finnes minst ett objekt som har egenskapen eller egenskapene. La oss si at vi har en objektmengde P og setningen

$$\exists x [x \in P].$$

Den er sann hviss P ikke er tom - den sier altså det samme som setningen

$$P \neq \emptyset.$$

Og det er oppfylt både hvis P inneholder tre elementer og hvis P inneholder ett element. Har vi så to objektmengder P og Q og setningen

$$\exists x [x \in P \wedge x \in Q],$$

er sannhetsbetingelsen at P og Q har minst ett felles element, altså som for

$$P \cap Q \neq \emptyset.$$

Og det er tilfredsstilt likeså vel om snittet inneholder femhundreogtrettifire elementer som om det inneholder nøyaktig ett element. Sannhetsbetingelsen for setningen «en nymfe sover» kan formuleres som at egenskapen å være en nymfe og egenskapen å sove overlapper hverandre ved referansepunktet. Fra nå av vil vi gjennomføre mengdeteoretisk notasjon i vår semantiske representasjon. Det betyr at den representasjonen vi blir stående ved for «en», for «en nymfe» og for «en nymfe sover», er

$$\{(X, Y) \mid Y \cap X \neq \emptyset\},$$
$$\{X \mid \textbf{nymfe} \cap X \neq \emptyset\},$$
$$\textbf{nymfe} \cap \textbf{sover} \neq \emptyset.$$

Allkvantorer

En ubestemt beskrivelse består av en ubestemt artikkel og en konstituent av kategori N. Artikkelen er et spesialtilfelle av den syntaktiske kategorien bestemmere (*determiners*), så at vi kan få en rekke ulike setninger ved å skifte ut «en», «ei» eller «et» i en setning:

en nymfe sover - nymfen sover - hver nymfe sover - alle nymfer sover - de fleste nymfer sover - mange nymfer sover - åtte nymfer sover

Noen av disse bestemmerne lar seg beskrive logisk, men langt fra alle. Det som menes med at en bestemmer kan beskrives logisk, er at den kan gis en semantisk definisjon i predikatlogisk eller mengdeteoretisk symbolikk, slik at det uansett hvordan referansepunktet ser ut, kan regnes ut om setningen er sann, dvs samme hva de inneholder, de to mengdene X og Y som skal stå i den relasjonen bestemmeren betegner, kan det regnes ut om de faktisk står i den. Blant dem som kan gis en eksplisitt definisjon, er «hver» og «alle», de som danner nominalfraser som betegner allkvantorer.

Vi betrakter «hver» og «alle» som likeverdige, altså som én bestemmer semantisk, og lar «alle» stå for denne, som den forekommer i setningen

alle nymfer sover.

Det er en kjent sak at eksistenskvantoren og allkvantoren i predikatlogikk kan avledes av hverandre med negasjon, slik at vi har ekvivalensen

$$\neg\exists x[x \in \textbf{nymfe} \wedge \neg[x \in \textbf{sover}]] \equiv \forall x[x \in \textbf{nymfe} \supset x \in \textbf{sover}].$$

Da menes med «eksistenskvantoren» og «allkvantoren» tegnene $\exists$ og $\forall$, som sammen med en variabel og en setning danner en ny setning.

Det vi mener med en eksistenskvantor, er jo referansen for en ubestemt beskrivelse, en familie av objektmengder, og med en allkvantor mener vi noe tilsvarende, altså også en familie av objektmengder, nærmere bestemt en referanse som, i mengdenotasjon,

$$\{X \mid \textbf{nymfe} \subseteq X\}.$$

Dette, referansen for «alle nymfer», er mengden av de objektmengder som **nymfe** er en delmengde av, med andre ord som alle nymfer er elementer i. Dersom det ikke finnes noen nymfer - dersom **nymfe** er tom - så er allkvantoren altomfattende, for den tomme mengden er delmengde av alle mulige mengder, så alle setninger er automatisk sanne. Det er grunnen til at en eksistenskvantor ikke inkluderer den tilsvarende allkvantoren - en setning som «alle nymfer sover» impliserer ikke setningen «en nymfe sover».

Referansen for «alle» og for setningen blir - via Komposisjonsprinsipp 1 og 3 -

$$\{(X,Y) \mid Y \subseteq X\} \quad \text{og} \quad \textbf{nymfe} \subseteq \textbf{sover}.$$

Egennavn som kvantorbetegnelser

Hittil har vi hatt tre typer nominalfraser, som eksempler kan vi nevne:

Janne - *en nymfe* - *hver nymfe*

De grupperes sammen som nominalfraser fordi de har samme syntaktiske distribusjon. De kan byttes ut med hverandre i nær sagt alle kontekster.

Nå er det i tråd med Komposisjonalitetsprinsippet (jfr § 1) at uttrykk som er parallelle syntaktisk, altså har samme syntaktiske kategori, også skal være parallelle semantisk, ha samme logiske type, samme slags betydning. Så lenge vi bare så på «Janne», altså egennavn, var det i orden å se på referansen som et objekt som puttes inn i referansen for verbalfrasen, f eks «sover», altså en objektmengde, med Komposisjonsprinsipp 1. Dette holder ikke for de andre to nominalfrasene, som jo ikke betegner noe objekt, men noe mer komplekst. Her er det riktig å se referansen som en mengde av objektmengder, som referansen for verbalfrasen puttes inn i med Komposisjonsprinsipp 1, slik at VP-referansen ikke er på nivået over men på nivået under NP-referansen mengdemessig. Og siden dette ikke kan reduseres til tilfellet «Janne», må, når alle tre skal ha samme logiske type, egennavnet justeres opp til også å betegne en mengde av objektmengder:

$$\{X \mid \mathbf{Janne} \in X\}$$

Det er klart at **Janne** i den semantiske representasjonen ikke svarer direkte til det naturligspråklige uttrykket «Janne», for «Janne» tilsvarer hele representasjonen, mens **Janne** bare er en del av den, den delen som står for individet. Resten står for det en kan kalle den kompositoriske delen av referansen for «Janne». Egennavn-nominalfraser mangler jo bestemmere, og vi kan se det som effekten av en «null-bestemmer» å danne mengden av de mengder objektet er element i, av det objektet egennavnet isolert sett betegner.

En setning som «Janne sover» vil altså nå ikke få referansen komponert gjennom

$$f(\mathbf{sover}, \mathbf{Janne})$$

men gjennom

$$f(\{X \mid \mathbf{Janne} \in X\}, \mathbf{sover})$$

- men resultatet blir det samme:

$$\mathbf{sover} \in \{X \mid \mathbf{Janne} \in X\} = \mathbf{Janne} \in \mathbf{sover}.$$

Denne beskrivelsen av egennavn legger opp til en generell semantikk for nominalfraser:

- Referansen for en nominalfrase er en kvantor - en mengde, også kalt en familie, av objektmengder.

Kvantorer i andre posisjoner

Det er selvsagt på sin plass å behandle semantisk setninger der kvantorfraser ikke står på subjekt- men på objektplass:

Janne vekker en kjempe
Janne vekker hver kjempe

Vi har jo behandlet transitive verb på et vis, og verbalfraser bestående av transitive verb og nominalfraser, men bare i den utstrekning disse nominalfrasene består i egennavn, og så lenge egennavn hadde den enkle logiske typen de har hatt. Nå gjelder det altså å behandle «en kjempe» og «hver kjempe» i samme posisjon på tilsvarende måte, dvs å bygge opp betydningen til verbalfrasen, «vekker en kjempe» og «vekker hver kjempe», av betydningen til verbet «vekker» og betydningen til nominalfrasen.

Og det er faktisk nokså vanskelig. Vi har jo latt «vekker» betegne en relasjon mellom to objekter, og vi har latt «en kjempe» betegne en mengde av objektmengder, og dette passer ikke godt sammen.

Måten en gjør det på, er å anta et komposisjonsskjema som sier at når en binær relasjon og en mengde av mengder settes sammen, så er resultatet en mengde etter mønsteret

$$\mathrm{R} + \mathrm{Q} = \{x \mid \{y \mid (x, y) \in \mathrm{R}\} \in \mathrm{Q}\}.$$

Med andre ord, en antar at den generelle komposisjonsfunksjonen f er slik at

Komposisjonsprinsipp 4

$$f(\{(x,y) \mid (x,y) \in \mathrm{R}\}, \mathrm{Q}) = \{x \mid \{y \mid (x,y) \in \mathrm{R}\} \in \mathrm{Q}\}.$$

Dette fjerde komposisjonsprinsippet bærer riktignok preg av bruk av saks og lim, men det å komponere referansene for transitive verb og nominalfraser generelt er nødt til å kreve snekring. Og metoden fører jo fram. En vet så vel hva for representasjoner en i siste instans vil bli sittende igjen med, og de oppnås.

$$f(\textbf{vekker}, \{X \mid \textbf{kjempe} \cap X \neq \emptyset\}) = \{x \mid \{y \mid (x,y) \in \textbf{vekker}\} \in \{X \mid \textbf{kjempe} \cap X \neq \emptyset\}\}$$
$$= \{x \mid \textbf{kjempe} \cap \{y \mid (x,y) \in \textbf{vekker}\} \neq \emptyset\};$$

og

$$f(\{X \mid \textbf{Janne} \in X\}, \{x \mid \textbf{kjempe} \cap \{y \mid (x,y) \in \textbf{vekker}\} \neq \emptyset\}) =$$
$$\{x \mid \textbf{kjempe} \cap \{y \mid (x,y) \in \textbf{vekker}\} \neq \emptyset\} \in \{X \mid \textbf{Janne} \in X\} =$$
$$\textbf{Janne} \in \{x \mid \textbf{kjempe} \cap \{y \mid (x,y) \in \textbf{vekker}\} \neq \emptyset\} =$$
$$\textbf{kjempe} \cap \{y \mid (\textbf{Janne}, y) \in \textbf{vekker}\} \neq \emptyset.$$

Når det gjelder setningen

Janne er en nymfe,

er det et ønskemål å kunne behandle «en nymfe» på samme måte som i

en nymfe danser

og samtidig behandle «er» på samme måte som i

Dr Jekyll er Mr Hyde.

Dette er nå mulig, ved å betrakte «er» som et transitivt verb som betegner identitet.

$$\textbf{nymfe} \cap \{ y \mid (\textbf{Janne}, y) \in \textbf{=} \} \neq \emptyset \quad = \quad \textbf{Janne} \in \textbf{nymfe}.$$

Kvantorer i kombinasjoner

Nå kan vi også ha et bilde av hva for representasjon som er aktuell for:

(1) *en nymfe kjenner en kjempe*
(2) *en nymfe kjenner hver kjempe*
(3) *hver nymfe kjenner en kjempe*
(4) *hver nymfe kjenner hver kjempe*

Disse setningene representeres til slutt som:

(1*) $\textbf{nymfe} \cap \{ x \mid \textbf{kjempe} \cap \{ y \mid (x, y) \in \textbf{kjenner} \} \neq \emptyset \} \neq \emptyset$
(2*) $\textbf{nymfe} \cap \{ x \mid \textbf{kjempe} \subseteq \{ y \mid (x, y) \in \textbf{kjenner} \} \} \neq \emptyset$
(3*) $\textbf{nymfe} \subseteq \{ x \mid \textbf{kjempe} \cap \{ y \mid (x, y) \in \textbf{kjenner} \} \neq \emptyset \}$
(4*) $\textbf{nymfe} \subseteq \{ x \mid \textbf{kjempe} \subseteq \{ y \mid (x, y) \in \textbf{kjenner} \} \}$

Og, etter alminnelig oppfatning, ikke bare slik: I tillegg til at (2) og (3) representeres som (2*) og (3*), kan de også ha en lesning som svarer til (5) og (6). De er tvetydige, med to representasjoner. Dette kan virke søkt, men mulig er det vel: «Hver kjempe er det en nymfe som kjenner» og «det er en kjempe som hver nymfe kjenner».

(5) $\textbf{kjempe} \subseteq \{ x \mid \textbf{nymfe} \cap \{ y \mid (y, x) \in \textbf{kjenner} \} \neq \emptyset \}$
(6) $\textbf{kjempe} \cap \{ x \mid \textbf{nymfe} \subseteq \{ y \mid (y, x) \in \textbf{kjenner} \} \} \neq \emptyset$

Det tvetydigheten bunner i, er den innbyrdes rekkevidden for kvantorene

$\{ X \mid \textbf{nymfe} \cap X \neq \emptyset \}$ og $\{ X \mid \textbf{kjempe} \subseteq X \}$
og $\{ X \mid \textbf{nymfe} \subseteq X \}$ og $\{ X \mid \textbf{kjempe} \cap X \neq \emptyset \}$.

Den innbyrdes rekkevidden for kvantorene avhenger av hvordan setningen bygges opp. Normal frasestruktur og vårt Komposisjonsprinsipp 4 gir oss lesningene (2*) og (3*), objektkvantoren innenfor subjektkvantoren. Komponeres derimot verbet med subjektet først etter et modifisert prinsipp, fås lesningene (5) og (6):

Komposisjonsprinsipp 4*

$$f(\{(x,y) \mid (x,y) \in R\}, Q) = \{y \mid \{x \mid (x,y) \in R\} \in Q\}$$

Det er ikke uvanlig å anta at hvor en enn har to nominalfraser i en setning, vil en få to ulike logiske former, og disse gir to ekte ulike tolkninger om kvantorene er av ulik art. Er de av samme art, kan en få to semantisk sammenfallende representasjoner, slik (1*) og (4*) er ekvivalente med (7) og (8).

(7) $\mathbf{kjempe} \cap \{x \mid \mathbf{nymfe} \cap \{y \mid (x,y) \in \mathbf{kjenner}\} \neq \emptyset\} \neq \emptyset$

(8) $\mathbf{kjempe} \subseteq \{x \mid \mathbf{nymfe} \subseteq \{y \mid (x,y) \in \mathbf{kjenner}\}\}$

Resymmé

Nominalfraser betegner generelt mengder av mengder av objekter, kvantorer.

Verbalfraser betegner som før mengder av objekter, og Komposisjonsprinsipp 1 sikrer at en nominalfrase og en verbalfrase sammen betegner en sannhetsverdi.

Transitive verb betegner som før relasjoner mellom objekter, og Komposisjonsprinsipp 4 sikrer at komposisjonen med en nominalfrase betegner en mengde av objekter.

eksempel	kategori	referansetype	komposisjonsprinsipp	og representasjon
«en»	Det	objektmengde-		$\{(X,Y) \mid Y \cap X \neq \emptyset\}$
«alle»	Det	relasjon		$\{(X,Y) \mid Y \subseteq X\}$
«Janne»	NP	objektmengde-		$\{X \mid \mathbf{j} \in X\}$
«en nymfe»	NP	mengde	3	$\{X \mid \mathbf{N} \cap X \neq \emptyset\}$
«alle nymfer»	NP		3	$\{X \mid \mathbf{N} \subseteq X\}$
«vekker en nymfe»	VP	objektmengde	4	$\{x \mid \mathbf{N} \cap \{y \mid (x,y) \in \mathbf{V}\} \neq \emptyset\}$

Oppgaver

1 Bestemmerne «ingen» og «bare»

Ordet «ingen» kan ses på som en bestemmer på linje med «en» eller «alle». Gi en rimelig semantisk representasjon for «ingen» som i setningen

ingen agenter agerer.

Ordet «bare» kan også ses på som en bestemmer på linje med «en» eller «alle». Gi en rimelig semantisk representasjon for «bare» som i setningen

bare agenter agerer.

2 Kvantorrekkevidde

Setningen (1) har to forskjellige lesninger, forskjellen bunner i rekkevidden for de to kvantorene de to nominalfrasene betegner. Bruk komposisjonsprinsippene - bl a K4 og K4* - til å utlede to semantiske representasjoner som skjelner mellom de to tolkningene.

(1) *Alle vitnene har sett en mystisk mann.*

Sett opp referansene for «vitne», «har sett» og «mystisk mann» på en slik måte at

- begge lesningene er sanne,
- den ene er sann og den andre er usann.

Kan det finnes referanser slik at den andre lesningen er sann og den ene usann? (En objektmengde eller en -relasjon kan «settes opp» ved å nevne opp elementene. Eksempel: **har sett** = {(a,c),(e,g),(o,c)}.)

3 Syntaktisk konstituens og semantisk komposisjon

Gitt strengen

prinsesse som kysser en frosk som kvekker.

Gå ut fra at den er en konstituent av kategorien N. Hodet er «prinsesse». Forutsatt at relativsetninger ikke kan sideordnes uten å koordineres (med «og»), er to syntaktiske analyser mulige ut fra normale frasestrukturregler. Hvilke?

Bare den ene er semantisk rimelig. Bygg semantisk representasjon for begge to, fra grunnen av.

Anta at hele uttrykket betegner en individmengde, at verbalfraser betegner individmengder, og at relativpronomenet bare er et uttrykk for K2.

4 Relativsetninger

La det være gitt to setninger som begge inneholder en relativsetning, (3)(a) og (b).

(3) (a) *En bjørn som leier en gris, nynner.*
    (b) *En bjørn som en gris leier, nynner.*

De to setningene er like så nær som at relativsetningen har ulik struktur.
Gi en uformell karakteristikk av forskjellen.

(3)(b) byr på et problem for en direkte semantisk komposisjon fordi «en gris leier» ikke er en konstituent ut fra normal frasestruktur.

Nå er det faktisk mulig å behandle «en gris leier» som en konstituent og tillegge den referanse som en objektmengde.
Hvordan, og hva blir forskjellen i representasjonen av objektmengden?