

## § 2 Setninger og sannhet

Fra i § 1 å ha diskutert hva som har betydning og som bygger setningers betydninger, går vi nå over til å se på hva betydningene er, og da begynner vi med setningene, som er det grunnleggende tilfellet.

Litt terminologi i starten: **Betydning** er grunnbegrepet framfor noe annet i semantikk. Det svarer til det engelske ordet **meaning**. I omtrent samme betydning brukes ordet **mening** - engelsk **sense**. Det er en viss nyanse mellom betydning og mening, som vi kommer inn på senere (§ 7). Foreløpig kan vi bruke termene «mening» og «betydning» om hverandre uten fare, og dessuten **innhold** - engelsk **content**.

Det andre av tre grunnbegrep er **uttrykk**. I § 1 spurte vi hva som kan regnes som uttrykk og svarte ord, setninger og konstituenten. Tanken er naturligvis at de tingene i et språk som har en betydning, er uttrykk. Ordet «uttrykk» tilsvarer engelsk **expression**. Betydning er noe som **uttrykkes**.

Det tredje grunnbegrepet er **referanse**. Det vil si det et uttrykk **betegner**. Fordi ordet «betegnelse» betyr det samme som ordet «uttrykk», altså det som betegner, kan det ikke brukes om det som betegnes. «Referanse» svarer til engelsk **reference**, eller også **denotation**. I dagligtalen har «betegne» og «bety» samme betydning, men i semantisk terminologi sondres det skarpt mellom «reference» og «sense» / «meaning».

Det er relativt klart for enhver hva et uttrykk er, og det er i sin orden å holde fast ved den førteoretiske intuisjonen om hva referanse, noe som betegnes, er. Det som er litt problematisk, er å få fatt i hva betydning er. Som en første tilnærming kan vi si at det et uttrykk betyr, ikke er det som **er** det det betegner, men det som **gir** det det betegner. For å gi en idé om hva dette vil si, tar vi et eksempel fra semiotikk.

Det finnes et trafikkfareskilt med betydningen «veiarbeid». La oss si at et slikt skilt er stilt opp i Abels vei en dag og at det pågår veiarbeid like bak. Vi vil si at det der og da betegner det som pågår - en scene med arbeidere og maskiner. Nå kan det stå et annet skilt av samme sort i Moes vei - eller i Abels vei år etter - og betegne et annet veiarbeid. Så skiltet endrer referanse etter tid og sted, men ikke betydning: Det betyr det samme i de tre situasjonene. Det finnes en måte å relatere det det betyr, til det det betegner, på: Det det betyr, er en funksjon fra tider og steder til veiarbeidsscener. For mange tider og steder vil funksjonen være udefinert. Om skiltet står et sted en gang uten at det pågår veiarbeid der og da, vil vi si at det mangler referanse, men det har likevel betydning.

Betydningen til et uttrykk er altså en relasjon mellom situasjoner og referanser, ikke én referanse, men de mulige referansene. Situasjoner i denne forstand kalles gjerne **referansepunkter**. Referansepunkter er på en måte små «verdener»: Betydninger kan ses som veier som leder fra uttrykk, som finnes i språket, via referansepunkter til referanser, som finnes ute i verden. Betydningen er en måte å finne referansen på. Referansen er ikke gitt på forhånd, den varierer fra situasjon til situasjon. Betydningen derimot er konstant, den er så å si den generelle referansen.

Det finnes noen grupper uttrykk som skal ha den egenskapen at betydningen kan likestilles med referansen, slik at referansen også er konstant, og én gruppe er **egennavn**. Ta som eksempel uttrykket «Janne Bondi Johannessen». Det betegner i «vår» situasjon den vi kjenner som Janne, og samtidig vil vi vel mene at det betyr den funksjonen fra situasjoner til individer som konstant gir oss den vi kjenner som Janne. Annerledes er det med uttrykket «svampen». I seminarrom 4 betegner det én svamp og i seminarrom 5 en annen. I morgen kan det betegne en annen svamp i seminarrom 4 enn den det betegner i dag i samme seminarrom. Og det kunne være at noen hadde byttet den som er i seminarrom 4 i dag, med en annen. Så er ikke skjedd, men det kunne. Da ville «svampen» betegne en annen svamp enn den som faktisk betegnes.

Å kjenne betydningen til et uttrykk - å vite hva det betyr - vil si i en hvilken som helst situasjon å kunne si hva det betegner. Anvendt på setninger vil dette si å kunne avgjøre om den er **sann** eller **usann** i en gitt situasjon, å vite hva som skal til for at den skal være sann: Å kjenne **sannhetsbetingelsene**.

Setningen er den sentrale enheten i språklig kommunikasjon. Det vi ytrer, er alltid en setning eller en sekvens av setninger. Det kan også være et hierarki av setninger, som når en hovedsetning rommer en bisetning som igjen underordner seg en bisetning osv. Når vi sier at setningen er den sentrale enheten, er det hovedsetningen vi tenker på.

Vi kjenner tre setningstyper: **Deklarative** setninger (utsagnssetninger), **interrogative** setninger (spørresetninger) og **imperative** setninger (bydesetninger). Interrogativer og imperativer er på en eller annen måte basert på deklarativer, så det er denne typen som er den grunnleggende.

Hva betyr en deklarativ setning? Og hva kan den ha som referanse? Det er vanlig å si at en utsagnssetning uttrykker en **proposisjon**, så det første spørsmålet kan stilles slik: Hva er en proposisjon? La oss ta som eksempel setningen

*Det ligger ei pipe på et bord.*

Intuitivt vil vi si at det her beskrives en situasjon hvor det ligger ei pipe på et bord, og vi kan tenke oss situasjonen som et bilde av et bord og ei pipe liggende på bordet. Det kan se ut som at setningen kan betegne denne situasjonen, altså at referansen er en situasjon med ei bestemt pipe, et bestemt bord og en bestemt posisjon for pipa i forhold til bordet. Om så er, hva er da betydningen? Ikke den konkrete situasjonen, for den kan ha et bord som er rundt og ei krumpipe og at pipa ligger midt på bordet, og referansen skal jo kunne være ei rett pipe liggende på kanten av et firkantet bord. Betydningen må altså være mer generell. Den kan være en mengde av situasjoner: De som har et hvilket som helst bord og ei hvilken som helst pipe som ligger hvor som helst på bordet, bare det er et bord, ei pipe og en passende posisjon for pipa - til forskjell fra alle de situasjoner som mangler noe av dette.

Da kan proposisjonen ses som en funksjon fra situasjoner - referansepunkter - til situasjoner, blant andre den med et rundt bord og ei krumpipe som ligger midt på.

Det disse konkrete situasjonene har felles, er at setningen stemmer på dem. For noen argumenter vil funksjonen fra situasjoner til situasjoner gi det selv som verdi, dvs at proposisjonen tilordner situasjoner som setningen stemmer på, de samme situasjonene, og for resten av argumentene vil funksjonen ikke gi noen verdi, dvs at proposisjonen ikke er definert for situasjoner som setningen ikke stemmer på.

Vi vil altså ha at betydningen er en funksjon  $f$  slik at for alle argumenter  $x$

**enten**  $f(x) = x$  **eller**  $f(x)$  er ikke definert.

Det vi ser, er at proposisjonen ikke inneholder mer informasjon enn til å dele mengden av situasjoner - referansepunkter - i to: De setningen stemmer på og de som setningen ikke stemmer på. Vi kan ha mange ulike referanser, men ikke andre enn de mange referansepunktene. Funksjonsargumentene går igjen i funksjonsverdiene - referansen, hvis definert, er lik referansepunktet. Denne egenskapen ved setninger tillater at vi forenkler bildet av referansen: Det vi hadde som arbeidshypotese at er referansen til setningen - en situasjon -, kan like godt ses som en konstant verdi for de situasjoner der proposisjonen har en verdi, de situasjoner der setningen er **sann**:

**enten**  $f(x) = \text{sann}$  **eller**  $f(x) = \text{usann}$ .

Proposisjonen kan da settes lik mengden av de situasjoner som oppfyller setningen.

## Relasjoner mellom proposisjoner

Setninger betegner altså sannhetsverdier, og av dem er det to, sann og usann, engelsk **true** og **false**. Det er vanlig å forkorte dem til S og U (engelsk T og F) eller å kalle dem **1** og **0**. Når det bare er to muligheter for hva setninger kan betegne, vil mange setninger ha samme referanse relativt til ett referansepunkt. For eksempel vil vi si at de to setningene

(1) *Norge har lavere arbeidsløshet enn Danmark*

og

(2) *Sverige har lavere inflasjon enn Norge*

begge er sanne i den situasjonen vi kan kalle vår virkelige verden i dag. Tilsvarende vil vi si at de to setningene

(3) *Norge har høyere arbeidsløshet enn Danmark*

og

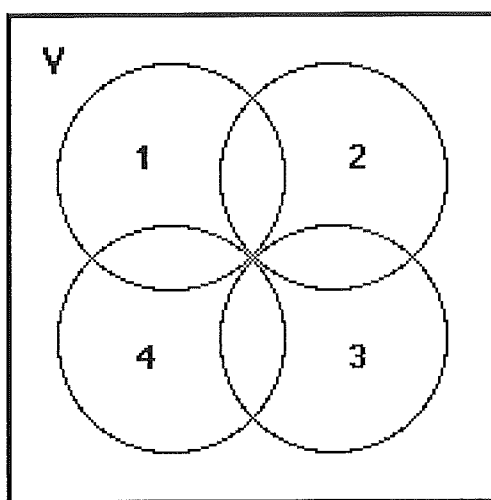
(4) *Sverige har høyere inflasjon enn Norge*

begge er usanne i vår verden nå.

Det vil ikke si det samme som at de har samme betydning - at de uttrykker samme proposisjon. Kriteriet for betydningsbegrepet er at det er finmasket nok til å skille fra hverandre alle to setninger som intuitivt ikke betyr det samme. En setning er ikke enten sann eller usann en gang for alle. Da ville flertallet av alle setninger være ensbetydende, nemlig usanne. La oss foreta et tankeeksperiment: Du stilles et ja- nei-spørsmål på et språk du ikke kan. Du kan slumpe til å svare rett «ja» eller «nei». Da har du vist at du vet hva setningen refererer til i den ene situasjonen, men vi vil ikke dermed si at du vet hva den betyr - du har jo ikke forstått den. La oss si at du får samme spørsmål om og om igjen i ulike situasjoner - før eller siden vil du ha uflaks og svare galt (selv om alle relevante opplysninger er tilgjengelige for deg). Derfor er det utilstrekkelig å begrunne at to setninger har ulik betydning med at den ene er sann mens den andre er usann. Det tilstrekkelige svaret er at den ene kan være sann i en situasjon der den andre er usann. Sannhet og usannhet er trivielt hvis det ikke relateres til situasjoner.

For setningene (1) og (2) vil en ifølge det innførte betydningsbegrepet for setninger si at det finnes referansepunkter der den ene er sann og den andre usann og omvendt - og tilsvarende for setningene (3) og (4). Proposisjonene som mengder av referansepunkter kan vi framstille i et diagram der både den ene og den andre er ekte inkludert i unionen av dem. Firkanten er mengden av alle referansepunkter totalt.

Vi kaller den  $V$  for «verden» - altså mengden av alle verdener - men vi kunne også kalt den  $R$  («referansepunkt») eller  $I$  («indeks») - kjært barn har også her mange navn.



Nå er ikke oppgaven til en setningssemantikk bare å eksplisere betydningsforskjeller - å karakterisere alle setninger som ikke har samme semantikk. Den skal også skjelne ulike former for betydningsforskjell. Vannrett eller loddrett i diagrammet er det ikke

bare slik at begge proposisjonene er ekte inkludert i unionen, det er også slik at de har et snitt. Som vi sa: Det finnes referansepunkter der begge setningene er sanne. Og ikke nok med det: I tillegg er det slik at unionen ikke er altomfattende - det finnes referansepunkter der begge setningene er usanne. Dette er det nøytrale tilfellet for to setninger - de er logisk uavhengige av hverandre. Slik behøver det slett ikke være: Vi kan ha alle mengderelasjoner mellom to proposisjoner. Hvis vi ser (1) i forhold til (3) og (2) i forhold til (4), vil vi si at setningene parvis ikke kan være sanne samtidig, og dette nedfeller seg i de to diagonalene i diagrammet. Vi får to tomme snitt. Da sier vi at de to proposisjonene er logisk uforenlige (engelsk **incompatible**).

To proposisjoner som har et ikketomt snitt, er derimot logisk forenlige (**compatible**).

Og to proposisjoner slik at den ene inkluderer den andre, er ikke bare forenlige - den ene er en logisk følge (engelsk **consequence**) av den andre. Ingen to proposisjoner for (1) til (4) har denne egenskapen, men ser vi på komplementet til (1) -  $\neg 1$  -, har vi at det er en logisk følge av 3. Denne proposisjonen kan uttrykkes med en setning:

(5) *Norge har ikke lavere arbeidsløshet enn Danmark.*

Negasjon - «ikke» - har den betydningen at det dannes komplement på proposisjonen. Så  $\neg 5$  er en logisk følge av 3. Har vi som definisjon på logisk følge at den ene skal være inkludert i den andre, vil enhver proposisjon være en logisk følge av seg selv. Vi kan også definere streng logisk følge som ekte inklusjon, og 3 og 5 tilfredsstillende denne snevne definisjonen. Likeså har vi etter definisjonen på logisk uforenlighet at enhver proposisjon er logisk uforenlig med sitt komplement - altså 1 med  $\neg 5$  -, men vi kan også definere streng logisk uforenlighet som at den ene skal være ekte inkludert i komplementet til den andre. Og 1 og 3 (og 2 og 4) tilfredsstillende dette strenge kravet. Til slutt har vi tilfellet at to proposisjoner er forenlige men at komplementet til den ene er ekte inkludert i den andre, altså at det ikke finnes referansepunkter der ikke den ene eller den andre setningen er sann. Vi har ennå ingen to setninger som er eksempel på dette, men får det om vi sammenholder (5) med (6), negasjonen av (3):

(6) *Norge har ikke høyere arbeidsløshet enn Danmark.*

Vi kan definere det at en proposisjon er sann ved et referansepunkt som at den som en funksjon fra referansepunkter til sannhetsverdier gir verdien sann anvendt på referansepunktet, og som at proposisjonen som en referansepunktmengde inneholder referansepunktet. Da kan vi definere følge og forenlighet slik: To proposisjoner p og q er slik at p følger av q hvis og bare hvis det for alle referansepunkter r gjelder at om q er sann ved r, er p sann ved r, og de er uforenlige hvis og bare hvis for alle r om den ene er sann, er den andre usann ved r. For streng følge vil vi legge til at det finnes referansepunkter r slik at p er sann og q er usann ved r - vi vil da si at q er sterkere enn p - og for streng uforenlighet vil vi legge til at det finnes referansepunkter r slik at p og q begge er usanne ved r.

Uekte - gjensidig - følge betegnes som **ekvivalens** mellom proposisjoner.

## Operasjoner på proposisjoner

Vi har sett intuitivt overbevisende eksempler på de seks mulige mengdeteoretiske relasjonene mellom to proposisjoner. Vi er enige i at setningene (1) til (6) uttrykker proposisjoner som parvis er logisk uavhengige, strengt uforenlige osv. Men vi har ikke kommet inn på hvorfor de uttrykker proposisjoner som står i slike relasjoner til hverandre. Hvorfor, eller hvordan - hva det er i disse setningene som i kraft av sin betydning sørger for at proposisjonene til sjuende og sist får disse egenskapene. I utgangspunktet dreier det seg om betydninger av ord og sammensetninger. Det er dette de seinere kapitlene handler om. Til å begynne med skal vi ta for oss uttrykk - setningsoperatører - som har operasjoner på proposisjoner som betydning og som omformer proposisjoner til proposisjoner som står i slike relasjoner til hverandre.

Vi har én operasjon - **negasjon** - som tar en proposisjon og gir en proposisjon som er komplementær, én operasjon - **disjunksjon** - som tar to proposisjoner og gir en proposisjon som er en følge av begge, og én operasjon - **konjunksjon** - som tar to proposisjoner og gir en proposisjon som begge følger av. På overflatenivå dreier det seg om énsetningsoperatoren «ikke», tosetningsoperatoren - eller junktoren - «eller» og tosetningsoperatoren - eller junktoren - «og». I syntaktisk terminologi vil en kalle «ikke» et setningsadverb og «eller» og «og» konjunksjoner.

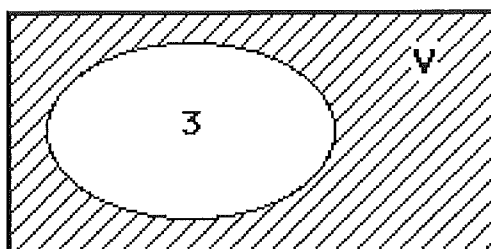
Det «ikke» betyr, er en operasjon (operasjoner er funksjoner som gir verdier av samme type som de tar argumenter) som tilordner en proposisjon dens komplement. På dybdenivå har vi altså som input en proposisjon og som output speilbildet av den:

$$\| \text{ikke} \| (\varphi) = V \setminus \varphi$$

Dette leses: Betydningen av «ikke» anvendt på en proposisjon resulterer i mengden av alle referansepunkter «minus» proposisjonen, mao. den proposisjonen som inneholder alle og bare referansepunkter som den opprinnelige proposisjonen ikke inneholder.

- (3) *Norge har høyere arbeidsløshet enn Danmark.*
- (6) *Norge har **ikke** høyere arbeidsløshet enn Danmark.*

Proposisjonen 6 er skravert:



På operator- og setningsnivå omdanner «ikke» en setning «p» til en setning som er sann ved alle referansepunkter der p er usann og vice versa. Negasjonen omdanner setningen til setningen med tvert motsatte

### **sannhetsbetingelser.**

Vi kan angi betingelsene for «ikke p» direkte ved å relatere dem til dem for «p»:

For alle referansepunkter **v** er det slik at  
**ikke p** er sann ved **v** hvis og bare hvis **p** er usann ved **v**.

Da betraktes stilltiende ikke bare proposisjoner men også setninger som funksjoner fra referansepunkter til sann eller usann. Sannhetsbegrepet brukes jo på begge deler, og det er ikke så farlig om en anvender setninger på referansepunkter så lenge en forutsetter at setningen uttrykker en og bare en proposisjon og husker at egentlig: Setningen «ikke p» uttrykker den proposisjonen som er sann ved v hvis og bare hvis den proposisjonen som «p» uttrykker, er usann ved v.

Så har vi junktoren «eller», som omdanner to setninger til en setning som er sann hvis bare en av de to setningene er sann eller hvis begge er sanne.

For alle referansepunkter **v** er det slik at  
**p eller q** er sann ved **v** hvis og bare hvis  
**p** er sann ved **v** eller **q** er sann ved **v** eller **p** og **q** er sanne ved **v**.

Disjunksjonen er anvendbar på setninger som uttrykker uforenlige proposisjoner.

*Norge har lavere arbeidsløshet enn Danmark eller  
Norge har like høy arbeidsløshet som Danmark.*

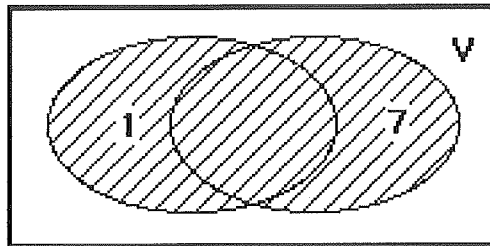
Og den er anvendbar på setninger som uttrykker logisk uavhengige proposisjoner.

- (1) *Norge har lavere arbeidsløshet enn Danmark.*
- (7) *Norge har lavere inflasjon enn Danmark.*
- (8) *Norge har lavere arbeidsløshet enn Danmark eller  
Norge har lavere inflasjon enn Danmark.*

I begge tilfeller svarer disjunksjonen som proposisjonsoperasjon til unionen av de to proposisjonene. Begge argumentproposisjonene er sterkere enn verdiproposisjonen.

$$\| \text{eller} \| (\varphi, \psi) = \varphi \cup \psi$$

Proposisjonen 8 er skravert:

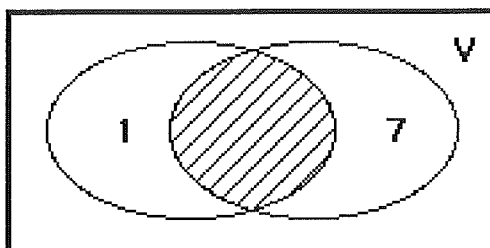


Stikk motsatt er det med konjunksjon, uttrykt av junktoren «og»: Her er begge argumentproposisjonene svakere enn verdiproposisjonen, som er snittet mellom dem. Derfor er konjunksjonen ikke anvendbar på uforenlige proposisjoner, for de har ikke noe snitt, og setningen ville være selvmotsigende, verdiproposisjonen ville være en kontradiksjon - den proposisjonen som er usann ved alle referansepunkter. Derimot er den anvendbar på to proposisjoner som har et snitt men som sammen fyller ut V, her ville jo disjunksjonen gi en tautologi.

(Den totale referansepunktmengden V er **tautologien**, proposisjonen som er sann ved alle referansepunkter. Den tomme referansepunktmengden er **kontradiksjonen**, proposisjonen som er usann ved alle referansepunkter.)

- Norge har ikke lavere arbeidsløshet enn Danmark og  
Norge har ikke høyere arbeidsløshet enn Danmark.*
- (9) *Norge har lavere arbeidsløshet enn Danmark og  
Norge har lavere inflasjon enn Danmark.*

Proposisjonen 9 er skravert:



$$\text{|| og || } (\varphi, \psi) = \varphi \cap \psi$$

For alle referansepunkter  $v$  er det slik at  $p$  og  $q$  er sann ved  $v$  hvis og bare hvis  $p$  er sann ved  $v$  og  $q$  er sann ved  $v$ .



## Resymme

Betydningen til en setning kalles en proposisjon og er en funksjon fra referansepunkter til referanser, som er sannhetsverdier (sann eller usann).

Denne funksjonen karakteriserer en mengde av referansepunkter, som proposisjonen kan sidestilles med.

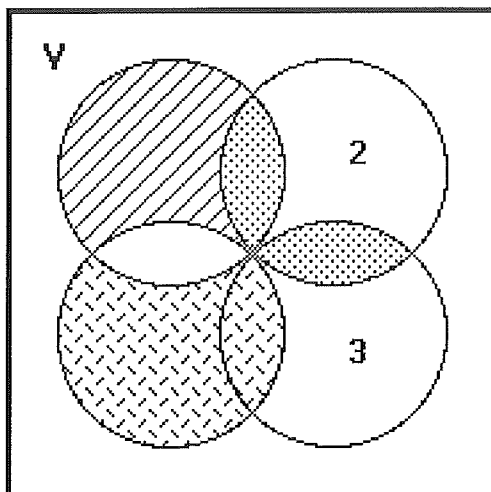
To setningsbetydninger som referansepunktmengder kan forholde seg til hverandre på seks interessante måter: De kan være ekvivalente - like; den ene kan følge strengt av den andre - den andre være en ekte delmengde av den ene; de kan være komplementære; de kan være strengt uforenlige - den ene være en ekte delmengde av komplementet av den andre; de kan være slik at unionen av dem inneholder alle referansepunkter uten at de er uforenlige; og sist, men ikke minst, kan de være logisk uavhengige av hverandre. To særtilfeller av proposisjoner er den tomme og den totale referansepunktmengden - kontradiksjonen og tautologien.

Tre setningsoperatører har interessante operasjoner på proposisjoner som betydning: Negasjon, disjunksjon og konjunksjon. Betydningene til «ikke», «eller» og «og» kan defineres som komplement, union og snitt:

$$\| \text{ikke} \|(\varphi) = \mathbf{V} \setminus \varphi; \quad \| \text{eller} \|(\varphi, \psi) = \varphi \cup \psi; \quad \| \text{og} \|(\varphi, \psi) = \varphi \cap \psi.$$

## Oppgaver

- 1 Gitt de fire setningene (1)-(4) som i teksten. Formulér de setningene som uttrykker de proposisjonene som er skravert på ulike måter i figurene ved hjelp av setningsoperatorene «ikke», «og» og «eller».



- 2 Den disjunksjonen som er beskrevet, svarer heller til «og/eller» enn til «eller» i naturlig språk. Når betydningen til denne såkalt svake disjunksjonen er gitt ved

$$\text{|| eller ||} (\varphi, \psi) = \varphi \cup \psi$$

hva skal da betydningen til sterk disjunksjon, svarende til «enten-eller», gis ved? Anvendt på to uforenlige proposisjoner vil forskjellen utviskes. Ta utgangspunkt i et Venn-diagram for to logisk uavhengige proposisjoner og skriver den sterke disjunksjonen mellom dem.

- 3 Gitt setningen (a). Det antas at «men» har samme betydning som «og».

(a) *Norge har lavere arbeidsløshet, men ikke lavere inflasjon, enn Danmark.*

Lag et Venn-diagram der du tegner inn de to enkleste proposisjonene, uttrykt av «Norge har lavere arbeidsløshet enn Danmark» og «Norge har lavere inflasjon enn Danmark», og skraverer proposisjonen som uttrykkes av (a).

Gitt så setningen (b).

(b) *Norge har lavere, men ikke mye lavere, arbeidsløshet enn Danmark.*

Gjør det samme for (b) som for (a).